

УДК 519.8(075)

Имитационное моделирование системы управления запасами предприятия с фиксированным временем поставок



Якимов И.М.

Кандидат технических наук, профессор кафедры автоматизированных систем обработки информации и управления Казанского национального исследовательского технического университета им. А.Н. Туполева – КАИ

Хоменко В.В.

Доктор экономических наук, профессор китаеведения и стран Азиатско-Тихоокеанского региона Казанского (Приволжского) федерального университета, вице-президент Академии наук РТ



Аляутдинова Г.Р.

Студент кафедры автоматизированных систем обработки информации и управления Казанского национального исследовательского технического университета им. А.Н. Туполева – КАИ



В статье приводятся результаты исследования системы управления запасами предприятия с фиксированным временем поставки продукции. Основным инструментом исследования является имитационное моделирование, результаты которого обработаны методами корреляционного, регрессионного и кластерного анализа. Построена математическая модель процесса управления запасами и проведена оптимизация по математической модели. Получены формулы для вычисления значений оптимизируемых факторов по величине объективных факторов.

Ключевые слова: система управления запасами, логистический центр, имитационное моделирование, корреляционный, регрессионный и кластерный анализы, оптимизация.

В последнее время всё чаще поднимается вопрос о создании логистических центров (ЛГ). Чтобы выбрать параметры ЛГ, обеспечивающие эффективность их функционирования, требуется провести комплекс работ по моделированию ЛГ. На первом этапе этой работы целесообразно промоделировать систему управления запасами конкретных предприятий, чтобы определить параметры ЛГ, которые давали бы экономический эффект, т.е. были бы вы-

годны как самому ЛГ, так и предприятиям, пользующимся услугами ЛГ.

Цель исследования: Повышение эффективности системы управления запасами за счёт сокращения затрат на хранение запасов, перевозки продукции и

Исследование выполнено при финансовой поддержке РРНФ в рамках научного проекта № 15-12-16001 «Развитие финансовых механизмов управления транспортной системой крупных городов и регионов России».

простое из-за отсутствия продукции на складе. Для достижения поставленной цели предлагается методика исследования, включающая в себя 10 этапов.

1. Предварительный анализ систем управления запасами. Выбор системы управления запасами, её результативных показателей эффективности и влияющих на них факторов.

2. Постановка задач.

3. Разработка блок-схемы и программы имитационной модели.

4. Разработка стратегического плана проведения имитационного эксперимента.

5. Проведение имитационного моделирования (ИМ) по стратегическому плану.

6. Кластерный анализ.

7. Вычисление коэффициентов линейной корреляции.

8. Построение математической модели, состоящей из совокупности уравнений регрессии, представляющих собой зависимости результативных показателей эффективности от влияющих на них факторов.

9. Вычисление удельных весов и коэффициентов эластичности влияния факторов на изменение результативных показателей эффективности системы управления запасами.

10. Оптимизация системы управления запасами по математической модели.

Далее последовательно рассмотрим все эти этапы.

1. Предварительный анализ систем управления запасами. Выбор системы управления запасами, её результативных показателей эффективности и влияющих на них факторов

Назовём классические системы управления запасами, используемые на практике [1].

1.1. Система управления запасами без дефицита.

Данная система характеризуется постоянным спросом, равномерностью расходования запаса, отсутствием дефицита. В данной системе определяются оптимальные размеры заказа и времени заказа на поставки продукции.

1.2. Система управления запасами с фиксированным размером заказа.

Размер заказа в данной системе – основополагающий параметр. Заказ производится в момент, когда текущий запас на складе достигает порогового уровня. Если поступивший заказ не пополняет систему до порогового уровня, то новый заказ производится в день поступления заказа.

1.3. Система управления запасами с фиксированным временем заказа.

Пополнение запасов в данной системе происходит через фиксированные одинаковые временные интервалы, при этом максимальный уровень запасов остается постоянным, а размер заказа варьируется.

Потребность в материалах и комплектующих на исследуемом предприятии не является фиксированным значением и может существенно меняться от

месяца к месяцу. Поэтому для системы управления запасами предприятия была выбрана модель с фиксированным временем заказа.

Для исследования были отобраны пять результативных показателей эффективности системы управления запасами, два влияющих на них оптимизируемых фактора и пять объективных (неизменяемых) факторов. Перечень переменных, отобранных для исследования, приведён в таблице 1.

2. Постановка задач

Задача оптимизации параметров закупки состоит в том, чтобы разработать такую модель пополнения запасов материалов, которая обеспечит выполнение производственного плана и минимизирует издержки на транспортировку материала, его хранение на складе и простои в производстве, связанные с несвоевременным обеспечением материалом.

Главная задача исследования, основанного на имитационном моделировании (ИМ), – построение математической модели, представляющей собой совокупность уравнений регрессии связывающих результативные показатели эффективности системы управления запасами с влияющими на них факторами.

$$y_j = f_j(x_1, x_2, z_3, z_4, z_5, z_6, z_7); \quad j = \overline{1, 2}, \quad (1)$$

где все переменные приведены в таблице 1.

Таблица 1

Перечень переменных, отобранных для исследования

№	Код	Наименование переменной
Результативные показатели эффективности системы управления запасами		
1	y_1	Общие затраты на снабжение производства в рублях
2	y_2	Количество случаев выполнения месячных планов
3	y_3	Среднее количество хранимых продуктов
4	y_4	Количество поставок продуктов
5	y_5	Количество дней простоя из-за отсутствия продуктов
Оптимизируемые факторы		
6	x_1	Объём заказа в единицах продукции
7	x_2	Максимальный объём запаса на складе в единицах продукции
Объективные факторы		
8	z_3	Среднее количество материала, требуемого предприятию за месяц
9	z_4	Затраты на транспортировку одной партии материала в рублях
10	z_5	Затраты на хранение единицы продукции в руб. за сутки
11	z_6	Потери за один день простоя в рублях
12	z_7	Среднее количество, дней затрачиваемых на поставку в сутках

z_8 – принятое время моделирования, во всех вариантах одинаковое.

По зависимостям (1) можно произвести оценку степени влияния факторов на результативные показатели эффективности системы управления запасами по коэффициентам эластичности и провести оптимизацию.

Перед проведением регрессионного анализа целесообразно вычислить коэффициенты линейной корреляции между переменными, отобранными для исследования. По результатам корреляционного анализа определяется вид уравнений регрессии. По коэффициентам линейной корреляции также можно оценить степень влияния факторов на результативные показатели эффективности системы управления запасами.

Коэффициенты линейной корреляции вычисляются по n вариантам стратегического плана по следующей формуле:

$$r_{xy} = \frac{m_{1xy}^* - m_{1x}^* \cdot m_{1y}^*}{\sigma_x^* \cdot \sigma_y^*} \quad (2),$$

где m_{1xy}^* – оценка математического ожидания произведения переменных x на y ,

- m_{1x}^* – оценка математического ожидания для x ,
- m_{1y}^* – оценка математического ожидания для y ,
- σ_x^* – оценка стандартного отклонения для x ,
- σ_y^* – оценка стандартного отклонения для y .

По статистическим таблицам находится критическое значение коэффициента линейной корреляции.

$$r_{крит} = \pm \sqrt{\frac{t_{крит}^2}{t_{крит}^2 + n - 2}} \quad (3)$$

где $t_{крит}^2$ – критического значение критерия Стьюдента, которое находится по статистической таблице [2],

n – количество варианта стратегического плана.

Оптимизация проводилась по каждому варианту стратегического плана отдельно с конкретными значениями объективных факторов в этих вариантах. Целевая функция определяется размером общих затрат на хранение, транспортировку и потерь от простаивающего производства.

$$y_1 = y_3 \cdot z_3 \cdot z_8 + y_4 \cdot z_4 + y_5 \cdot z_6 \rightarrow \min \quad (4)$$

$$32 \leq y_2 \leq 36;$$

$$14 \leq x_1 \leq 42;$$

$$50 \leq x_2;$$

$$z_3 - z_8 = const,$$

где все переменные приведены в таблице 1.

Вычисление оптимальных значений системы управления запасами производится по значению объективных факторов по каждому варианту отдельно.

$$x_{i,onn} = f_i(z_3, z_4, z_5, z_6, z_7); \quad i = \overline{1,2}, \quad (5)$$

где все переменные приведены в таблице 1.

Задача выделения кластеров по показателям расстояния между признаками в группировке

решается с выполнением следующих условий.

$$\sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^k \delta_{ij} d_{ij} \rightarrow \min \quad (6)$$

$$\sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^k (1 - \delta_{ij}) d_{ij} \rightarrow \max \quad (7)$$

где k – количество вариантов стратегического плана;

d_{ij} – расстояние между i -м и j -м вариантами плана;

δ_{ij} – символ Кронекера, принимающий значение 1, если i -ый и j -ый варианты входят в один и тот же кластер; и значение 0, если не входят.

3. Разработка блок-схемы алгоритма и программной модели

Составлена блок-схема алгоритма модели системы управления запасами, по которой разработана и отлажена программа имитационной модели на языке GPSS W [3].

4. Планирование имитационных экспериментов

Для стратегического планирования имитационных экспериментов используется концепция «чёрного ящика», суть которой заключается в абстрагировании от физической сущности процессов, происходящих в моделируемой системе, и выдаче заключений о ее функционировании только на основании значений входных и выходных переменных. Входные, независимые переменные называются факторами. Выходные – откликами, их величина зависит от значений факторов и параметров объекта исследования (ОИ). Структурная схема «чёрного ящика» приведена на рис. 1.

Выскажем допущение, что зависимость результативных показателей эффективности функционирования системы управления запасами является нелинейной и для проведения экспериментов применим стратегический D-оптимальный план. Будем использовать план, составленный по методике Фёдорова, включающий в себя 64 варианта сочетаний факторов [3]. Принятые диапазоны изменения значений факторов при имитационном моделировании приведены в таблице 2.

5. Имитационное моделирование системы управления запасами

По 64 вариантам стратегического плана проведено имитационное моделирование системы управления запасами, в которых определены значения результативных показателей эффективности.

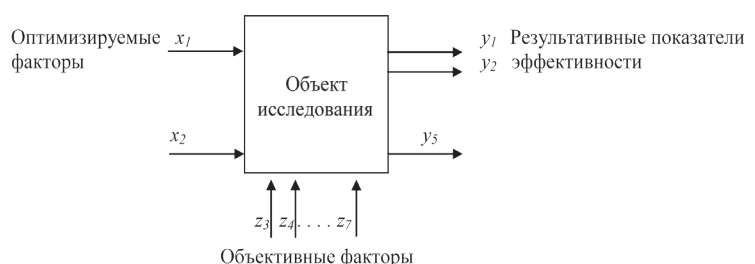


Рис. 1. Структурная схема концепции «чёрного ящика»

Таблица 2
Диапазоны изменения значений факторов

№	Код	Наименование	Ед. измер.	Min	Max
1	x_1	Время между поставками продукции	дней	14	42
2	x_2	Максимальный объём материала на складе	Ед. прод.	50	400
3	z_3	Среднее количество материала, требуемое на месяц	Ед. прод.	50	400
4	z_4	Затраты на транспортировку одной партии материала	тыс. руб.	300	5000
5	z_5	Затраты на хранение единицы материала	тыс. руб.	1	3
6	z_6	Потери в производстве за один день простоя	тыс. руб.	1000	3000
7	z_7	Время, затрачиваемое на поставку	дней	1	7

6. Кластерный анализ

В связи с широким разбросом границ диапазонов изменения факторов для уменьшения стандартных ошибок уравнений регрессии проведём кластерный анализ, по результатам которого выделено два кластера. Для этого сначала все значения параметров приведены к стандартизированному виду по формуле:

$$x^*_{i,j} = \frac{x_{i,j} - x_j}{\sigma_j} \quad (8)$$

По стандартной процедуре «кластерного анализа» пакета программ по обработке статистических данных Statistica 6.0 [4] выделены два кластера. В первый кластер вошло 35 вариантов, во второй 20. Результаты кластерного анализа, приведённые на рис. 2, показывают существенную разницу в стандартизованных средних значениях всех факторов для выделенных кластеров.

7. Регрессионный анализ

Регрессионный анализ основан на методе наименьших квадратов, который требует, чтобы сумма

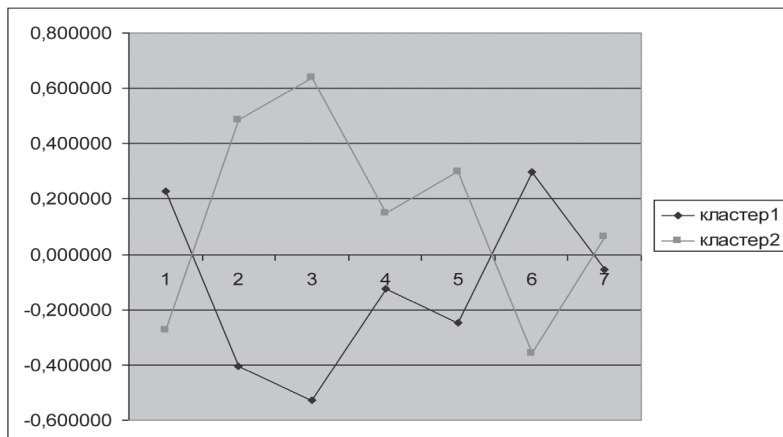


Рис. 2. Диаграмма средних значений факторов в выделенных кластерах

квадратов отклонений значений, полученных в результате имитационного моделирования от вычисленных по аппроксимирующей зависимости была минимальной:

$$\sum_{i=1}^n (y_i^* - f(x_i^*))^2 \rightarrow \min. \quad (9)$$

8. Математическая модель системы управления запасами

Математическая модель системы управления запасами состоит из десяти уравнений регрессии по пять уравнения на каждый кластер. Далее приведём четыре наиболее существенных из них.

8.1. Первый кластер

Общие затраты на обеспечение производства материалом:

$$y_1 = -22444,55 + 870,33x_1 - 9,87x_1^2 - 27,71x_2 + 0,09x_2^2 + 1,13x_1x_2 + 13,9z_3 + 0,54z_3x_1 - 0,02z_3x_2 + 544,02z_4 - 10,44z_4x_1 - 0,87z_4x_2 + 863567,72z_5 + 17422,35z_5x_1 - 123,15z_5x_2 + 1557,92z_6 - 19,48z_6x_1 - 2,35z_6x_2 + 88,26z_7 + 0,26z_7x_1 - 0,29z_7x_2. \quad (10)$$

Отношение стандартной ошибки к среднему значению: 0,02884.

Количество выполненных месячных планов:

$$y_2 = 106,07 - 0,9165x_1 + 0,0071x_1^2 + 0,043x_2 - 0,0001x_2^2 + 0,0007x_1x_2 - 16,7818 \cdot \ln(z_3) + 0,0002z_3x_2 + 24,2569/z_4 + 0,0059z_5z_7 - 0,0064z_6^2 + 0,0005z_6x_2 - 4,0043 \cdot \ln(z_7) + 43,0294z_7z_7. \quad (11)$$

Отношение стандартной ошибки к среднему значению: 0,01779.

8.2. Второй кластер

Общие затраты на обеспечение производства материалами:

$$y_1 = 3172,7 + 713x_1 + 21,8x_1^2 - 50,2x_2 + 0,1x_2^2 - 3,7x_1x_2 - 0,6z_3 - 1,4z_3x_1 + 0,1z_3x_2 + 190,5z_4 - 10,8z_4x_1 + 0,4z_4x_2 - 30500,6z_5 + 1281,7z_5x_1 + 692,4z_5x_2 - 101z_6 + 27,2z_6x_1 - 0,8z_6x_2 + 596,2z_7 - 44,7z_7x_1 + 0,3z_7x_2. \quad (12)$$

Отношение стандартной ошибки к среднему значению: 0,032.

Количество выполненных месячных планов:

$$y_2 = 10,976 + 0,070x_1 - 0,005x_1^2 + 0,19x_2 - 0,0003x_2^2 + 0,001x_1x_2 - 511,905/z_3 - 0,002z_3x_1 - 0,036z_4 - 57,087z_5 + 0,075z_6 - 0,001z_7x_2. \quad (13)$$

Отношение стандартной ошибки к среднему значению: 0,023.

Так как отношения стандартных ошибок к средним значениям по всем уравнениям регрессии (10) – (13), представляющим математическую модель, не превышают 0,035, то результаты регрессионного анализа будем считать приемлемыми.

9. Оценка степени влияния факторов на результативные показатели

эффективности функционирования системы управления запасами

По математической модели (10) – (13) вычислены коэффициенты эластичности факторов, показывающие, на сколько процентов изменится резуль- тативный показатель при изменении конкретного фактора на один процент. Так как в уравнения регрессии (10) – (13) входят некоторые переменные, являющиеся произведениями факторов, то при вы- числении коэффициентов эластичности менялся только один конкретный фактор, а всем остальным факторам присваивались их средние значения. На рис. 3а приведена диаграмма влияния факторов на резуль- тативный показатель y_1 для первого кластера по их коэффициентам эластичности, на рис. 3б – для второго кластера.

По рис. 3 сделаем следующие выводы.

Оптимизируемые факторы x_1 – время между по- ставками и x_2 – максимальный объём материалов на складе положительно влияют на общие затраты на обеспечение производства материалами, поэто- му для сокращения общих затрат их целесообразно уменьшить и для второго кластера в большей степе- ни. Объективные факторы слабо влияют на общие затраты для второго кластера и значительно сильнее на общие затраты для первого фактора и естествен- но, что если имеется возможность, то их рекоменду- ется снижать.

10. Генерация управляющих решений на ос- нове оптимизации

Для оптимизации по постановке задачи (4) ис- пользуем метод Ньютона и стандартную процеду- ру его реализации в пакете прикладных программ Excel [5]. Оптимизация проведена отдельно по всем вариантам стратегического плана. По результатам оптимизации отдельно для вариантов первого и второго кластеров получены уравнения регрессии, позволяющие вычислять оптимальные значения факторов x_1 и x_2 . Уравнения получены с помощью стандартной процедуры пошаговой регрессии ППП Statistica 6.0 [4].

Для первого кластера.

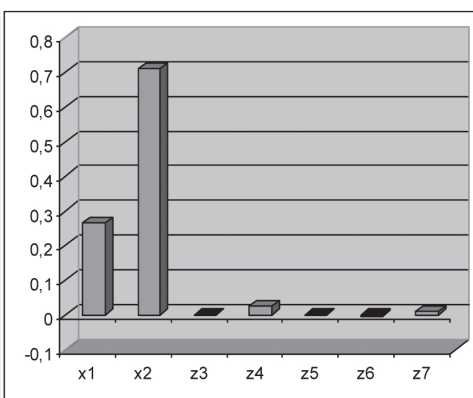
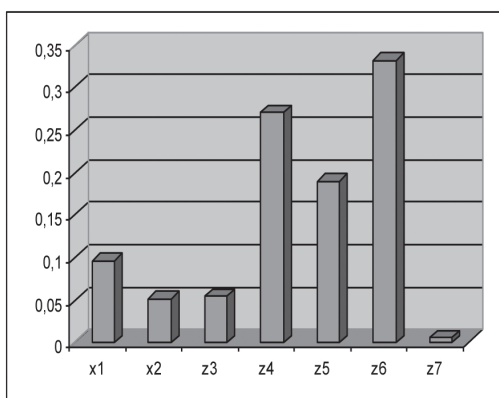


Рис. 3. Гистограмма коэффициентов эластичности факторов, влияющих на изменение y_1 а) для первого кластера, б) для второго кластера

$$x_1 = -94,936 + 0,003 z_3 + 11,305 \cdot \ln(z_4) + 2116,82z_5 + 0,911/z_5 - 0,277z_6 + 0,656z_7. \quad (14)$$

Отношение стандартной ошибки к среднему значению: 0,0345.

$$x_2 = -8,51 + 0,93z_3 + 10,88 \cdot \ln(z_3) + 0,01z_3z_4 - 46,47 z_3z_5 - 532,86/z_3 - 143,41z_4z_5 - 29747,72z_5 + 855910,96z_5^2 - 1,98 z_6 + 8,07z_7. \quad (15)$$

Отношение стандартной ошибки к среднему значению: 0,0478.

Для второго кластера.

$$x_1 = -74,50 + 0,90/z_5 + 0,02z_3z_7 + 21869,88z_5^2 + 25,23/z_7 + 1847,69/z_3 - 0,03z_4z_7 + 0,04z_6z_7. \quad (16)$$

Отношение стандартной ошибки к среднему значению: 0,029.

$$x_2 = -218,36 + 4,67/z_5 + 0,15z_3z_7 + 166,35/z_7 + 89898,38 z_5^2 - 0,25z_4z_7 + 0,04z_6z_7. \quad (17)$$

Отношение стандартной ошибки к среднему значению: 0,041.

Рассчитаем коэффициенты эластичности для x_1 для первого кластера:

$$e_{3,1} = \frac{1,05}{12,85487} = 0,081681$$

$$e_{4,1} = \frac{31,80562}{12,85487} = 2,474208$$

$$e_{5,1} = \frac{-18,3968}{12,85487} = -1,43111$$

$$e_{6,1} = \frac{-5,54}{12,85487} = -0,43097$$

$$e_{7,1} = \frac{3,936}{12,85487} = 0,306188$$

Рассчитаем коэффициенты эластичности для x_1 для второго кластера:

$$e_{3,1} = \frac{-25,3345}{-89,8944} = 0,2818$$

$$e_{4,1} = \frac{-1,41}{-89,8944} = 0,0157$$

$$e_{5,1} = \frac{-42,5041}{-89,8944} = 0,4728$$

$$e_{6,1} = \frac{0,8}{-89,8944} = -0,0089$$

$$e_{7,1} = \frac{-21,4457}{-89,8944} = 0,2386$$

Для оптимизируемо- го фактора x_1 – време- ни между поставками продукции вычислены коэффициенты эластич- ности. Гистограмма коэффициентов эла- стичности для первого фактора приведена на рис. 3а, для второго – на рис. 3б.

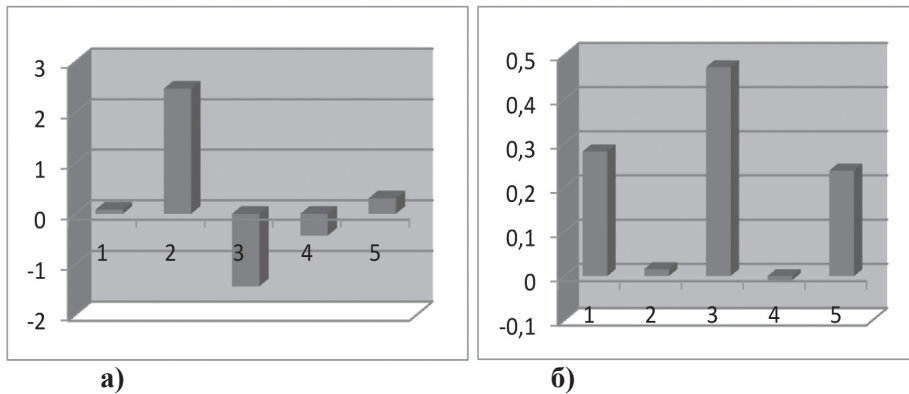


Рис. 4. Гистограмма коэффициентов эластичности объективных факторов, влияющих на изменение оптимизируемого фактора x_1 , а) для первого кластера, б) для второго кластера

Решение контрольного примера

Пусть дан материал со следующими значениями объективных факторов: $z_3=400$, $z_4=3000$, $z_5=2$, $z_6=1000$, $z_7=5$.

Сравним параметры с границами кластеров: $400 \geq 233$ (2 кластер), $3000/100 \geq 27$ (2 кластер), $2/100 \leq 0,02$ (2 кластер), $1000/100 \leq 20$ (2 кластер), $5 \geq 4$ (2 кластер).

Материал относится ко второму кластеру. По формулам (16), (17) вычислим оптимальные значения x_1 – времени между поставками продукции (18) и x_2 – максимальный объём материалов на складе (19).

$$x_1 = -74,50 + 0,90/10 + 0,02 \cdot 400 \cdot 5 + 21869,88 \cdot 100 + 25,23/5 + 1847,69/400 - 0,03 \cdot 30 \cdot 5 + 0,04 \cdot 0,02 \cdot 5 = 51 \text{ сутки};$$

$$x_2 = -218,36 + 4,66/10 + 0,15 \cdot 400 \cdot 5 + 166,35/5 - 89898,38 \cdot 100 - 0,25 \cdot 30 \cdot 5 + 0,04 \cdot 30 \cdot 10 = 624 \text{ единицы материала.}$$

В заключение отметит то, что в данном исследовании выполнены следующие основные работы:

1. Проведён анализ предметной области и разработана имитационная программа моделирования системы управления запасами с фиксированным временем поставок.

управления запасами от влияющих на них факторов.

4. По математической модели проведена оптимизация, по результатам которой получены формулы для вычисления значений оптимизируемых факторов по значениям объективных факторов. Эти формулы пригодны для управления запасами продуктов конкретного предприятия с учётом его особенностей.

Литература:

1. Рыжиков Ю.И. Управление запасами. – М.: Наука, 1969. – 344 с.
2. Вентцель Е.С. Теория вероятностей: Учеб. для вузов. – 5-е изд. стер. – М.: Высшая школа, 1998. – 576 с.
3. Якимов И.М., Старцева Ю.Г., Кирпичников А.П., Мокшин В.В. Моделирование сложных систем в среде имитационного моделирования GPSS W с расширенным редактором // Вестник Казан. техн. ун-та. – 2014. – Т. 17. – № 4. – С. 298-303.
4. Халафян А.А. Statistica 6 Статистический анализ данных. – М.: Бином-Пресс, 2007. – 512 с.
5. Уокенбах Д. Формулы в Excel 2013. – М.: Вильямс, 2014. – 720 с.

Simulation Modelling of the Systems of Inventory Control in Enterprises with Fixed Delivery Time

I.M. Iakimov, G.R. Aliautdinova

Kazan National Research Technical University named after A.N. Tupolev

V.V. Khomenko

Academy of Sciences of the Republic of Tatarstan

The paper presents the results of the examination of the systems of inventory control in the enterprises with fixed delivery time. The main research tool was simulation modelling, the results of which were processed with the help of correlation, regression and cluster analysis. As a result, the authors created mathematical model of inventory control, carried out the optimization based on mathematical model and received the formulae for evaluation of optimizable factors in magnitude of objective factors.

Key words: system of inventory control, logistics center, simulation modelling, correlation, regression and cluster analysis, optimization.