

УДК 330.43

Прогнозирование уровня бедности населения в Российской Федерации на основе методов временных рядов*



Ибрагимова З.Ф.

Кандидат экономических наук, доцент кафедры макроэкономического развития и государственного управления Башкирского государственного университета (Уфа)

В статье рассмотрены методические основы прогнозирования численности населения с денежными доходами ниже величины прожиточного минимума в Российской Федерации. Основное внимание автор сосредоточил на прогнозировании уровня бедности на основе временных рядов в краткосрочном периоде. Построено четыре прогнозные модели уровня бедности населения в Российской Федерации с помощью подходов, относящихся к адаптивным методам прогнозирования: метод простого экспоненциального сглаживания, модель Хольта, модель Брауна, модель ARIMA.

Ключевые слова: уровень бедности, прогнозирование, временные ряды, адаптивные модели.

Потеря значительной части экономического потенциала и актуализация множества тяжелейших социальных проблем в России явились прямым следствием коренного слома командно-административной системы и перехода к рыночным основам хозяйствования в конце XX в. Численность населения с денежными доходами ниже величины прожиточного минимума в начале трансформационного периода составила треть от общей численности населения страны. Снижение масштабов бедности наблюдалось вплоть до финансово-экономического кризиса 1998 г., который вновь способствовал резкому росту ее уровня [1, с. 66]. Устойчивая тенденция к сокращению численности населения с денежными доходами ниже величины прожиточного минимума в России в начале 2000-х гг. объясняется возросшими темпами экономического роста. Однако в результате дестабилизации экономической и политической ситуации в стране с 2014 г. проблема бедности стала вновь актуальной. В условиях макроэкономической нестабильности, кроме анализа динамики и оценки масштабов бедности, на первый план выходит прогнозирование уровня этого негативного явления.

Многие отечественные исследователи посвятили свои работы выявлению проблем динамики уровня бедности; факторов, которые способствуют ее распространению; последствий, оказываемых на

экономику и общество; определению мер, по совершенствованию инструментов снижения ее уровня. Среди них можно назвать А. Разумова, Н. Римашевскую, Л. Ржаницыну, Л. Овчарову, В. Роика, Е. Ясина, В. Бобкова, А. Шевякова, Н. Тихонову и др.

Однако, несмотря на значительную разработанность теоретико-методологических аспектов бедности, прогнозы ее уровня не нашли должного применения при разработке мер регулирования этого негативного феномена. Встречаются единичные работы российских авторов, посвященные исследованию применения методов прогнозирования для определения уровня бедности в перспективе (М.В. Коломейко [2], Н.А. Абдуллаева [3], Е.Л. Ли [4], И.Б. Колмаков [5], К.Э. Лайкам [6] и др.).

Целью данной статьи является составление прогноза численности населения с денежными доходами ниже величины прожиточного минимума в Российской Федерации с помощью методов временных рядов на краткосрочный период.

Для определения будущих изменений в уровне бедности населения страны нами была спрогнозирована численность населения с денежными доходами ниже величины прожиточного минимума на краткосрочную перспективу с помощью подхода

* Исследование выполнено при финансовой поддержке гранта РФФИ №16-36-00128.

одномерных временных рядов. В работе исследуются и сравниваются подходы, которые относятся к адаптивным методам прогнозирования: простое экспоненциальное сглаживание, модель Хольта, модель Брауна, модель Бокса – Дженкинса (ARIMA). Адаптивные модели способны перманентно приспособляться и учитывать новые условия развития исследуемого явления, они характеризуются ясностью и простотой математической формулировки, применимы для решения широкого круга задач, не требуют большого объема информации. В то же время указанные модели могут применяться лишь для обработки рядов с незначительными изменениями во времени и предназначены преимущественно для краткосрочного прогнозирования.

Все используемые в данной работе методы предполагают, что ошибка прогноза представляет собой «белый шум», поэтому был проведен тест Льюинга – Бокса на отсутствие автокорреляции в остатках.

На сегодняшний день известно большое количество разнообразнейших критериев, применяемых для оценки баланса между прогностической точностью модели и ее сложностью. В качестве такого критерия мы использовали нормализованный байесовский информационный критерий (BIC), который также называется критерием Шварца. Все расчеты выполнены в пакете SPSS v.20. В качестве исходной информации для построения временного ряда были использованы статистические данные официального сайта Федеральной службы государственной статистики о численности населения с денежными доходами ниже величины прожиточного минимума, в процентах от общей численности населения (далее – уровень бедности).

Метод простого экспоненциального сглаживания был выбран как наиболее простой и широко известный подход, позволяющий элиминировать как случайные, так и периодические колебания в краткосрочном периоде. В этом случае предполагается, что ряд генерируется моделью $x_t = a_{(1,t)} + \varepsilon_t$, где $a_{(1,t)}$ – варьирующий во времени средний уровень ряда; ε_t – случайные неавтокоррелированные отклонения с нулевым математическим ожиданием и дисперсией σ^2 .

Прогнозная модель имеет вид $\hat{x}_\tau(t) = \hat{a}_{(1,t)}$, где $\hat{x}_\tau(t)$ – прогноз, сделанный в момент t на τ единиц времени (шагов) вперед, $\hat{a}_{(1,t)}$ – оценка $a_{(1,t)}$.

Средством оценки единственного параметра модели служит экспоненциальная средняя $\hat{a}_{(1,t)} = S_t$. Таким образом, все свойства экспоненциальной средней распространяются на прогнозную модель.

$$S_t = S_{(t-1)} + \alpha(x_t - S_{(t-1)}) \quad (1)$$

В частности, если S_{t-1} рассматривать как прогноз на 1 шаг вперед, то в выражении (1) величина $(x_t - S_{t-1})$ есть погрешность этого прогноза, а новый прогноз S_t получается в

результате корректировки предыдущего прогноза с учетом его ошибки [7, с. 19]. Все вышесказанное характеризует сущность адаптации.

Наилучшие значения α , полученные нами для показателя численности населения с денежными доходами ниже величины прожиточного минимума, оказались равными 1. Это означает упрощение модели настолько, что возникает равенство между следующим значением прогнозируемого показателя и его текущим значением. Поэтому прогноз уровня бедности до 2019 г. одинаков все три года и равен значению 2016 г. – 13,5 % от общей численности населения.

Проведем тест Льюинга – Бокса (Q-тест Льюнга – Бокса) на отсутствие автокорреляции в остатках и рассчитаем нормализованный байесовский информационный критерий (BIC) для определения качества прогнозной модели (табл. 1).

Как видно из таблицы 1, уровень значимости в тесте Льюинга – Бокса очень высок, следовательно, можно принять нулевую гипотезу об отсутствии автокорреляции в остатках.

Вариантами адаптивных моделей, также используемыми процедуру экспоненциального сглаживания, являются модели линейного роста, которые ориентированы на получение прогноза с помощью уравнения:

$$\hat{x}_\tau(t) = \hat{a}_{(1,t)} + \tau \hat{a}_{(2,t)} \quad (2)$$

где $\hat{a}_{(1,t)}$, $\hat{a}_{(2,t)}$ – текущие оценки коэффициентов адаптивного полинома первого порядка.

Наиболее известными и широко применяемыми линейными адаптивными моделями являются модели Хольта и Брауна. Отличие этих моделей состоит в выражениях для расчета коэффициентов $\hat{a}_{(1,t)}$ и $\hat{a}_{(2,t)}$ в формуле (2).

В двухпараметрической модели Ч. Хольта оценка коэффициентов производится по следующим формулам [7, с. 36]: $\hat{a}_{(1,t)} = \alpha_1 x_t + (1 - \alpha_1)(\hat{a}_{(1,t-1)} + \hat{a}_{(2,t-1)})$ и $\hat{a}_{(2,t)} = \alpha_2 (\hat{a}_{(1,t)} - \hat{a}_{(1,t-1)}) + (1 - \alpha_2) \hat{a}_{(2,t-1)}$, где α_1 и α_2 – параметры экспоненциального сглаживания.

Коэффициенты α_1 и α_2 выбираются из интервала (0; 1) и называются параметрами адаптации. Оптимальные значения α_1 и α_2 , полученные в нашей работе, приведены в таблице 2.

Значение $\alpha_1 = 1$ означает, что наиболее существенную роль в формировании $\hat{a}_{(1,t)}$ играют последние значения ряда x_t .

По полученным значениям рассматриваемых показателей по модели Хольта можно ожидать сни-

Таблица 1
Результаты Q-теста Льюнга – Бокса и BIC по методу простого экспоненциального сглаживания

Прогнозируемый показатель	Тест Льюинга – Бокса			BIC
	Тестовая статистика	Количество степеней свободы	Уровень значимости	
Уровень бедности	11,914	17	,805	2.181

Таблица 2
Оптимальные значения параметров α_1 и α_2 в модели Хольта

Прогнозируемый показатель	α_1	α_2
Уровень бедности	1	$3.4 \cdot 10^{-5}$

жение уровня бедности в России. Предполагается, что численность населения с денежными доходами ниже величины прожиточного минимума снизится с 13,5 % в 2016 г. до 11,0 % от общей численности населения в 2019 г.

Нами были проведены тесты Льюинга – Бокса, а также рассчитаны нормализованные значения информационного критерия Байеса (*BIC*), результаты которых приведены в таблице 3.

Как видно из таблицы 3, уровень значимости в тесте Льюинга – Бокса высок, поэтому гипотезу об отсутствии автокорреляции в остатках надо принимать.

При $\alpha_1 = \alpha_2$ двухпараметрическая модель Хольта будет содержать уже только один параметр [8, с. 12]. Эта однопараметрическая модель называется моделью Р. Брауна, которая является частным случаем модели Ч. Хольта.

В модели Брауна оценки коэффициентов рассчитываются по формулам [7, с. 36]: $\hat{a}_{(1,t)} = \hat{a}_{(1,t-1)} + \hat{a}_{(2,t-1)} + (1 - \beta^2)e_t$ и $\hat{a}_{(2,t)} = \hat{a}_{(2,t-1)} + (1 - \beta^2)e_p$, где $e_t = x_t - \hat{x}_t(t-1)$ – ошибка прогноза, $0 < \beta < 1$ – коэффициент дисконтирования, характеризующий обесценивание данных наблюдения за единицу времени.

Полученное нами наилучшее значение коэффициента β в модели Брауна приведено в таблице 4.

При составлении прогноза уровня бедности в России методом Брауна были получены противоположные результаты. В частности, предсказывается, что численность населения с денежными доходами ниже величины прожиточного минимума в 2019 г. составит 15,8 % от общей численности населения страны.

Результаты тестов Льюинга – Бокса, а также нормализованные значения информационного критерия Байеса (*BIC*) приведены в таблице 5.

Как видно из таблицы 5, уровень значимости в тесте Льюинга – Бокса высок, поэтому гипотезу об отсутствии автокорреляции в остатках надо принимать.

Еще одной моделью, используемой для прогнозирования временного ряда, является модель *ARIMA*, которая более сложная и трудоемкая, чем рассмотренные выше подхо-

Таблица 4
Наилучшее значение параметра β в модели Брауна

Прогнозируемый показатель	β
Уровень бедности	0.723

ды. В то же время указанная модель представляет собой более мощный инструмент прогнозирования. Эта интегрированная модель авторегрессии – скользящего среднего была предложена Боксом и Дженкинсом в 1976 г. Методология построения *ARIMA*-модели для исследуемого временного ряда включает следующие основные этапы [9, с. 42]: идентификацию пробной модели, оценивание параметров модели и диагностическую проверку адекватности модели, использование модели для прогнозирования.

С помощью расширенного теста Дики – Фуллера или *ADF*-теста (статистический тест на наличие единичного корня) выполним строгую проверку ряда на стационарность. Результаты теста для рассматриваемого временного ряда и его первой разности приведены в таблице 6.

Как видно из таблицы 6, рассматриваемый ряд нестационарен. Для перехода к стационарному ряду применим оператор взятия последовательных разностей и вычислим первые разности ряда. Расчеты показали, что первая разность исследуемого временного ряда является стационарным. Следовательно, имеем дело с рядом интегрируемости первого порядка, и значение параметра *d* в моде-

Таблица 3
Результаты Q-теста Льюнга – Бокса и *BIC* по модели Хольта

Прогнозируемый показатель	Тест Льюинга – Бокса			<i>BIC</i>
	Тестовая статистика	Количество степеней свободы	Уровень значимости	
Уровень бедности	12,041	16	,741	2.259

Таблица 5
Результаты Q-теста Льюнга – Бокса и *BIC* по модели Брауна

Прогнозируемый показатель	Тест Льюинга – Бокса			<i>BIC</i>
	Тестовая статистика	Количество степеней свободы	Уровень значимости	
Уровень бедности	11,104	17	,851	2.320

Таблица 6
Расширенный тест Дики-Фулера

Временной ряд	Расширенный тест Дики-Фулера	
	Тестовая статистика	Уровень значимости
Уровень бедности	-1,87031	0,3467
Первая разность по показателю уровень бедности	-3,97991	0,006006

ли *ARIMA* определено ($d = 1$), т.е. получили модель вида *ARIMA* ($p, 1, q$). Далее произведем оценку порядка параметров p и q модели. Для этого проанализируем эмпирические автокорреляционные и частные автокорреляционные функции временных рядов, графики которых приведены на рисунке 1.

Как видно из рисунка 1, значения автокорреляционной и частной автокорреляционной функций оказались незначимыми. Поэтому для прогнозирования была выбрана модель *ARIMA* (0, 1, 0) с константой. Эта модель имеет один оцениваемый параметр, значение которого составило -0,833.

Таким образом, полученные прогнозные значения уровня бедности в России с помощью модели *ARIMA* (0, 1, 0) с константой показывают, что ожидается снижение численности населения с денежными доходами ниже прожиточного минимума (в процентах от общей численности населения) до 12,7 % в 2017 г., 11,8 % в 2018 г., 11,0 % в 2019 г.

Результаты тестов Льюинга – Бокса, а также нормализованные значения информационного критерия Байеса (*BIC*) приведены в таблице 7.

Как видно из таблицы 7, наименьшее значение показателя *BIC* соответствует модели *ARIMA*. Это значит, что указанная модель является лучшей среди рассмотренных в данной статье. От ее значений несущественно отличаются значения показателя *BIC* моделей скользящей средней и модели Хольта. Модель Брауна, судя по нормализованному байесовскому информационному критерию, показала наилучшую точность.

Таким образом, для прогнозирования уровня бедности наиболее точной является модель временных рядов *ARIMA* (0, 1, 0). Согласно полученным результатам, ожидается снижение численности населения с денежными доходами ниже прожиточного минимума в Российской Федерации. Однако необходимо учитывать то, что простейшие модели временных рядов дают наилучший результат в краткосрочном периоде, поскольку предполагают, что факторы, обуславливающие уровень бедности в прошлом и настоящем, сохраняют свое влияние и в будущем. Стоит учесть, что на исследуемый феномен постоянно влияют множество разнообразных, подверженных изменению факторов, что требует

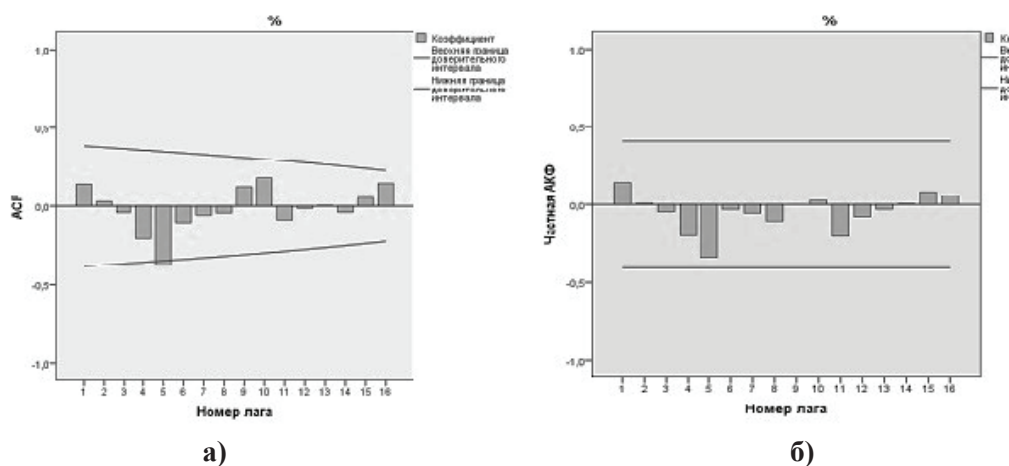


Рис. 1. Автокорреляционная функция (а) и частная автокорреляционная функция (б) первых разностей временного ряда показателя уровня бедности

Таблица 7
Результаты Q-теста Льюинга – Бокса и *BIC* по модели *ARIMA*

Прогнозируемый показатель	Тест Льюинга – Бокса			<i>BIC</i>
	Тестовая статистика	Количество степеней свободы	Уровень значимости	
Уровень бедности	11,911	18	,852	2.134

проведения более глубокого анализа с целью установления функциональной зависимости с системой отобранных факторов.

Литература:

1. Бадертдинова З.Ф. Факторы, динамика и специфика российской бедности // Экономика и управление: научно-практический журнал. – 2007. – № 6. – С. 66-71.
2. Коломейко М.В. Анализ основной тенденции и прогнозирование уровня бедности населения Астраханской области на основе методов временных рядов // Статистика и экономика. – 2014. – № 4. – С. 154-157.
3. Абдуллаева Н.А. Нечеткий подход к прогнозированию уровня бедности // Управление большими системами. – 2010. – № 30. – С. 98-114.
4. Ли Е.Л. Подходы к прогнозированию уровня бедности в регионе // Пространственная экономика. – 2006. – № 3. – С. 137-147.

5. Колмаков И.Б. Методы прогнозирования показателей уровня бедности с учетом обездоленных групп населения // Проблемы прогнозирования. – 2008. – № 6. – С. 85-97.
6. Лайкам К. Краткосрочный прогноз дифференциации доходов населения // Общество и экономика. – 2002. – № 8-9. С. 68-77.
7. Лукашин Ю.П. Адаптивные методы краткосрочного прогнозирования временных рядов: учеб. пособие. – М.: Финансы и статистика, 2003. – 416 с.
8. Семаков С.Л., Семаков А.С. Прогнозирование и управление продажами в торговых сетях. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2012. – 144 с.
9. Крюков Ю.А., Чернягин Д.В. ARIMA – модель прогнозирования значений трафика // Информационные технологии и вычислительные системы. – 2011. – № 2. – С. 41-49.

Forecasting the Poverty Levels in the Russian Federation Based on Time Series Methods

Ibragimova Z.F.
Bashkir State University

The paper deals with methodological basis of forecasting proportion of the population whose income falls below the minimum subsistence level in the Russian Federation. The author focused on forecasting poverty levels based on time series in the short term and built four forecasting models of poverty levels in the Russian Federation with the help of adaptive methods of forecasting, namely simple exponential smoothing, Holt's model, Brown's model, and ARIMA model.

Key words: poverty levels, forecasting, time series, adaptive models.

